

Engineering Journal



American Institute of Steel Construction

First Quarter 2015 Volume 52, No. 1

Part:3

Plastic Strength of
Connection Elements

by: Bo Dowswell

Translate :K. KORMI

مقاومت پلاستیک المانهای اتصال

Bo Dowswell

چکیده

بسیاری از المانهای اتصال به شکل اعضای مستطیلی تحت ترکیبی از بارهای برشی، خمشی، پیچشی و محوری طراحی (مدل) می گردند. هم اکنون از طراحی مقاومتی برای اعضای فولادی و اتصالات استفاده می شود، بنابراین روش سنتی ترکیب بارها با استفاده از تئوری تیر (beam theory) نیازمند به روز شدن دارد تا با فلسفه طراحی مقاومتی همخوانی داشته باشد. از آنجائیکه تحقیقات گسترده ای که بر تداخل پلاستیکی اعضای مستطیلی وجود دارد، گذری بر روابط موجود اساس این مقاله را می سازد. در مواردی که تحقیقات گسترده ای موجود نبوده، derivationها ی جدیدی ارائه شده است. یک رابطه تداخلی برای طراحی مقاومتی المانهای اتصال مستطیلی تحت هر نوع ترکیب بارگذاری ساخته شده است.

مقدمه

برای طراحی، اتصالات به المانهای تقسیم شده و به عنوان عضوهای سازه ای با رفتار قابل پیش بینی و ثبت شده مدل می گردند. اکثر المانهای اتصال می توانند به شکل مستطیلی، تحت ترکیبی از بارهای خمشی، برشی، پیچشی و محوری مدل گردند. به طور سنتی، بارها با استفاده از روابط تیر با ضابطه جاری شدن اولیه (first yield criterion) ترکیب می گردند، با این وجود، برخورد مقاومتی پلاستیک برای اتصالات طراحی شده بر اساس مشخصات AISC (AISC 2010)، که بر اساس فلسفه طراحی مقاومتی است مناسب تر می باشد.

هدف از این مقاله، تعیین مقاومت المانهای اتصال تحت بارهای مختلفی که همزمان عمل می کنند می باشد. یک رابطه تداخلی برای طراحی مقاومتی المان اتصال مستطیلی تحت هر گونه بارگذاری ممکن ایجاد شده است. از آنجائیکه تحقیقات گسترده ای بر تداخل پلاستیکی اعضای مستطیلی وجود دارد، گذری بر روابط موجود اساس

این مقاله را می سازد. در مواردی که تحقیقات گسترده ای موجود نبوده، مشتق گیری های (derivation) جدیدی ارائه شده است.

المان اتصال مستطیلی

شکل ۱ (الف) یک اتصال صلب را نشان می دهد، در جایی که ورق های بال به شکل مستطیلی ساخته شده و تحت بارهای کششی و فشاری محوری است. اگرچه بارهای دیگری هستند که از طریق ورق های بال انتقال می یابند - به طور مثال، بخشی از برش تیر - رفتار غیر الاستیکی مصالح اجازه باز توزیع بار را در المان انعطاف پذیر (ductile) اتصال می دهد. این باز توزیع بار، به ورقهای بال این امکان را می دهد تا تنها بر اساس فرضیات ساده شده بار محوری طراحی گردند.

شکل ۱ (ب) یک اتصال تک ورقی را نشان می دهد که تحت بار برشی ثابت و ممان حداکثر در جلوی (face) ستون قرار دارد. در برخی موارد، مثل اتصالات drag strut، این اتصالات می بایست بار محوری قابل توجهی را حمل کنند. چراکه ممان، برش و بار محوری در یک نقطه بر روی المان اتصال رخ می دهد و تداخل بارها می بایست در نظر گرفته شود. اگرچه اغلب در طراحی از آن چشم پوشی می گردد، تغییر شکلهای تابیده ای در آزمایشات صورت گرفته توسط Moore و Owens در سال ۱۹۹۲ و Sherman و قربانپور در سال ۲۰۰۲ و Goodrich در سال ۲۰۰۵ نشان داده که تنش های پیچشی نیز حضور دارند.

اتصالات گاست، آویزی و bracket در شکلهای 1c تا 1e نمونه های بیشتری از المانهای اتصال مستطیلی تحت خمش محور قوی و برش / یا بارهای محوری هستند. شکل 1f عمل دسته اهرمی (prying action) یک بال را نشان می دهد که یک المان اتصال مستطیلی در خمش محور ضعیف است. در این مورد، تاثیر نیروی برشی اغلب کوچک بوده و از آن در محاسبات صرف نظر می شود.

ضابطه وان میسس - von Mises

چندین تئوری برای پیش بینی رفتار مصالح تحت شرایط تنشهای چند محوری ارائه شده اند. ضابطه Von Mises دقیق ترین آنها برای پیش بینی شروع جاری شدن در فولاد شکل پذیر، هنگامی که بوسیله ترکیبات مختلفی از

تنشهای اسمی و برشی بارگذاری شده اند در نظر گرفته می شود. برای تنش صفحه، رابطه Von Mises به صورت زیر خلاصه می شود

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_z + 3\tau^2}$$

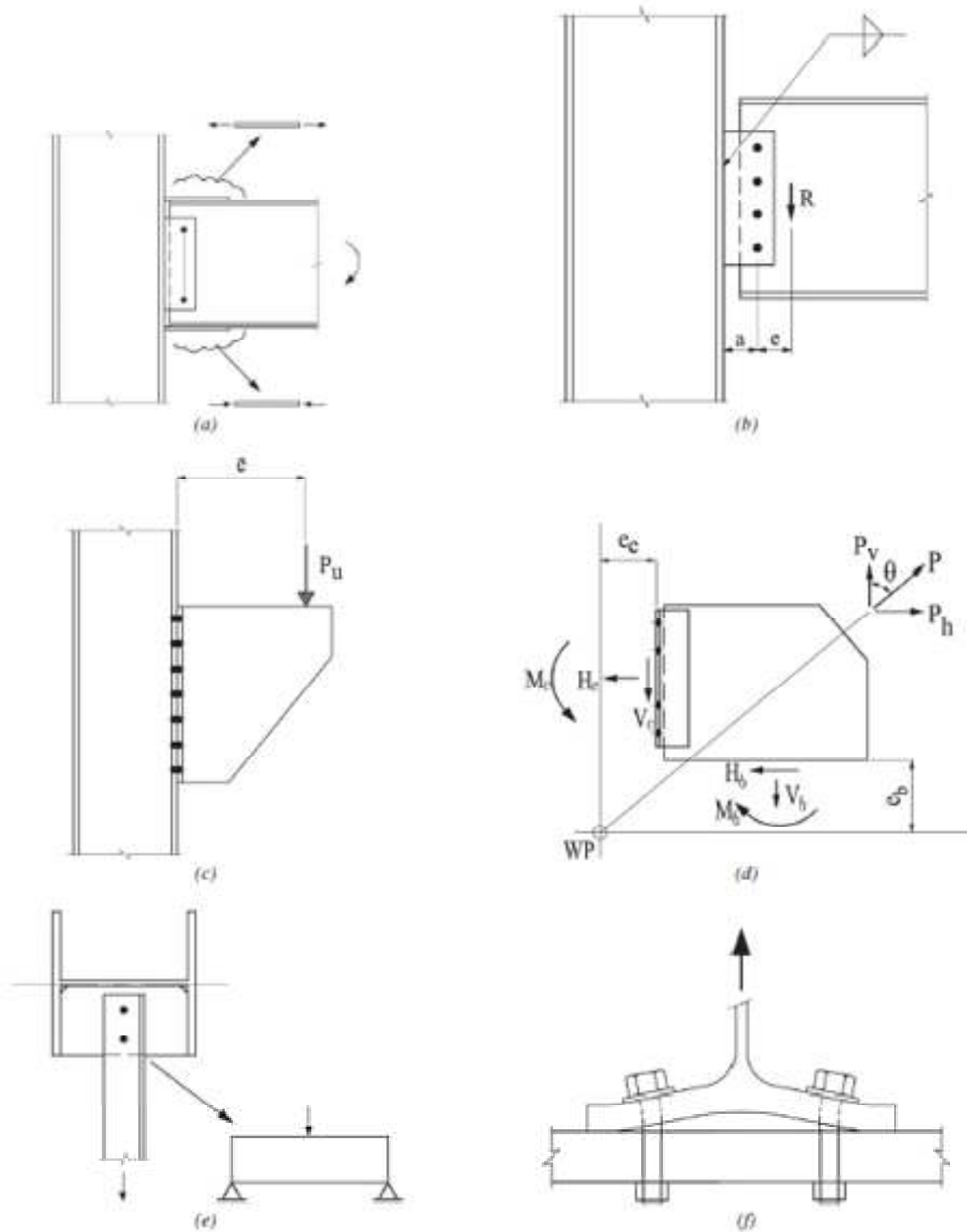
در جاییکه،

$$\sigma_e = \text{تنش موثر، ksi}$$

$$\sigma_x = \text{تنش اسمی در جهت } x \text{، ksi}$$

$$\sigma_z = \text{تنش اسمی در جهت } z \text{، ksi}$$

$$\tau = \text{تنش برشی، ksi}$$



شکل ۱. المان های اتصال مستطیلی: (a) اتصال صلب؛ (b) اتصال ورق تک؛ (c) bracket (d) ورق گاست

(e) ورق آویز؛ (f) اهرم شدن در بال.

برای شرایط الاستیک، σ_e به مقدار مقاومت کششی نهایی فولاد σ_y محدود می گردد.

نیاز به روابط تداخلی پلاستیک

Historically، المان های اتصال مستطیلی با استفاده از تئوری تیر طراحی شده اند. تنشهای نرمال و برشی بوسیله

روابط ۲ و ۳ آمده در زیر محاسبه می شوند:

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{Mc}{I} \quad (2)$$

$$\tau = \frac{VQ}{It} \quad (3)$$

در جاییکه،

$A =$ مساحت سطح مقطع، in^2

$M =$ ممان خمشی، $in.-kips$

$P =$ نیروی محوری، $kips$

$Q =$ ممان اول سطح، $in.^3$

$V =$ نیروی برشی، $kips$

$I =$ ممان اینرسی، $in.^4$

$C =$ فاصله تا تار انتهایی، $in.$

$t =$ ضخامت عضو، $in.$

به این دلیل که تنشهای نرمال و برشی در نقاط متفاوتی بر روی سطح مقطع روی می دهند، نیازی به ترکیب این تنشها نمی باشد.

برای پیش بینی بار واقعی ایجاد اولین نقطه تسلیم در عضو، تنشهای پسماند می بایست تخمین زده شوند. المانهای اتصال در طی تولید، ساخت و نصب در معرض چندین عملیات هستند. لبه ها به طور سنتی نورد شده (ورقهای

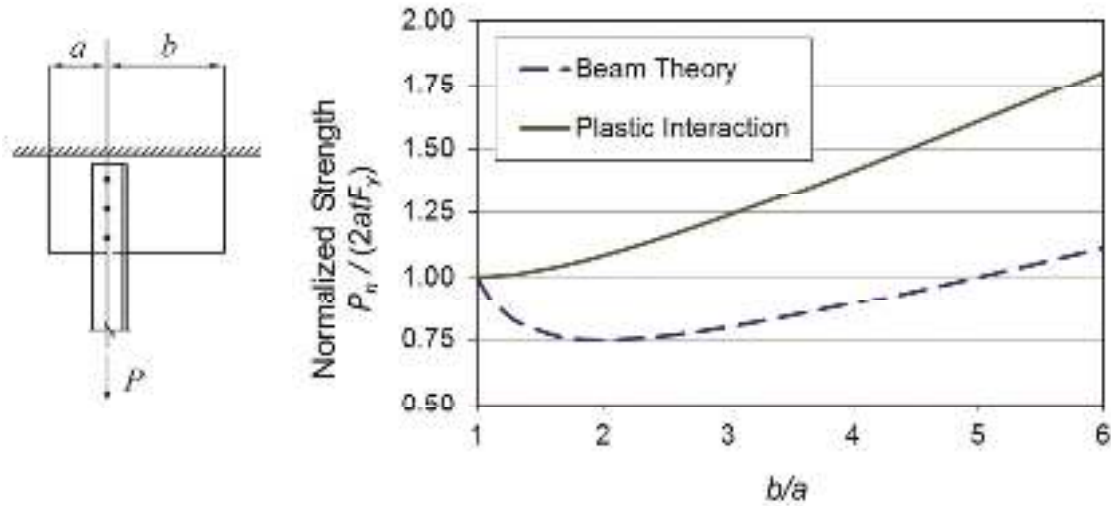
UM و شمش)، اره، قیچی شده و یا با حرارت بوسیله مشعل گاز برش داده می شوند. تمامی این مراحل عملیات شکل‌های متفاوتی از تنش پسماند تولید می کنند. با اضافه کردن به پیچیدگی، الگوهای تنش پسماند ایجاد شده بوسیله تکنولوژی های جدید- مانند برش پلاسما و واتر جت، نیز متفاوت است. بسیاری از لبه های برش داده شده با چرخ زاویه هموار می شوند، که می تواند الگوهای تنش پسماند را تغییر دهد و موجب تنش کششی پسماند در اغلب اوقات گردد. یک ارزیابی کلی از تنشهای پسماند که برای تمامی این فاکتورها به حساب آید غیر عملی است. با این حال، به این دلیل که تنشهای پسماند هیچ تاثیری بر مقاومت پلاستیک المان ندارند، دانستن تنش پسماند برای طراحی مقاومت نیاز نیست.

به خوبی می دانیم که تئوری تیر در نسبت های کم دهانه به عمق دقیق نمی باشد. تحقیق صورت گرفته توسط *Karr* در 1956، *Shawki* و *Hendry* در 1961 و *Barry* و *Ainso* در 1983 به این نتیجه رسید که تئوری تیر تنها برای تیرهای ساده با نسبت دهانه به عمق حداقل 1.5 دقیق می باشد. *Ahmed*، *Idris* و *Uddin* در 1996 نشان دادند که برای جواب دقیق از تئوری تیر برای تیرهای با تکیه گاه گیردار نیاز به نسبت دهانه به عمق حداقل 3 می باشد. آزمایشات صورت گرفته توسط *Wyss* در 1923، *Rust* در 1938، *Perna* در 1941، *Sandel* در 1959، *Whitmore* در 1952، *Sheridan* در 1953، *Irvin* در 1957، *Hardin* در 1958، *Lavis* در 1967 و *Vasarhelyi* در 1971، بر روی ورق های گاست نشان می دهد که مقادیر تنشهای برشی و نرمال اندازه گیری شده به مقدار قابل توجهی از مقادیر تنشهای تئوری محاسبه شده توسط روابط تیر منحرف شده اند. این مطلب بوسیله مدل اجزاء محدود *(1972) Struik* و *White* و دیگران در 2013 تأیید شد.

تئوری تیر منجر به نتایج بسیار زیادی برای برخی از اشکال ورق می گردد. در شکل 2a، یک اتصال آویز ساده نشان داده شده، در جایی که، اگر $a=b$ باشد، ورق گاست در معرض یک تنش کششی یکنواخت خواهد بود. شکل 2b، نمودار مقاومت **normalized** (تنشهای پسماند گرفته شده م.) را در مقابل نسبت b/a نشان می دهد. مقاومت **normalized** به قرار زیر می باشد:

$$\frac{P_n}{2atF_y}$$

(4)



شکل ۲. اتصال آویزی با بار محوری و خمش: a شکل (هندسه اتصال)؛ b مقاومت **normalized** شده در برابر نسبت b/a

در جایی که:

P_n = مقاومت محوری اسمی، *kips*

a = ابعاد ورق همانگونه که در شکل $2a$ نشان داده شده است. *in.*

= برابر با نصف عرض ورق برای حالتی که بارگذاری مرکزیت دارد

F_y = مقاومت تسلیم حداقل مشخص شده، *ksi*

اگر a ثابت و b افزایش یابد، به طور ذاتی مقاومت ورق گاست افزایش می یابد؛ با این حال، خط چین در شکل $2b$ نشان می دهد که تئوری تیر کاهشی در مقاومت در حدود $1 < b/a < 5$ را پیش بینی می کند. در حالتی که $b=2a$ ، ورق 50% عریض تر از حالتی است که $b=a$ ، اما تئوری تیر تنها 75% از مقاومت را پیش بینی می کند.

تداخل پلاستیک نشان داده شده با خط ممتد در شکل $2b$ ، با نتایج مورد انتظار تطبیق دارد - مقاومت با ازدیاد عرض ورق افزایش خواهد داشت.

امروزه از طراحی مقاومتی برای اعضای فولادی و اتصالات استفاده می شود؛ بنابراین، روش سنتی ترکیب کردن بارها با استفاده از تئوری تیر نیازمند به روز شدن دارد تا با فلسفه طراحی مقاومتی همخوانی داشته باشد. با مشکلاتی

که در پیش بینی تنش های الاستیک می باشد و حضور ناپیوستگی و عدم قطعیت در مورد تنش های پسماند، برای پیش بینی مقاومت المان های اتصال به روابط تداخلی پلاستیک نیاز خواهیم داشت.

خمش

به علت ضریب شکل 1.5، مزایای استفاده از مقاومت خمشی پلاستیک عضو مستطیلی قابل توجه است. برای رسیدن به این مقاومت، المان می بایست گنجایش چرخشی کافی داشته باشد تا امکان باز توزیع تنشها را بدون پارگی (*rupture*) و یا کماتش بدهد. *Schreiner(1935)* و *Jensen و Crispen (1938)* ورقهای کنسولی جوش داده شده به تکیه گاه گیر دار را حول محور قوی خمشی مورد آزمایش قرار دادند. آنها تعیین کردند که ورقها، که نسبت عمق به ضخامت آنها حداکثر ۱۰ بوده، می توانند به مقاومت خمشی پلاستیک خود برسند. اخیراً آزمایشاتی بر روی اتصالات تک ورق بوسیله *Patrick ، Thomas و Bennetts* در 1986 و *Metzger* در ۲۰۰۶ صورت گرفت و نشان داد گنجایش ممان پلاستیک ورق در طراحی می تواند استفاده شود.

با فرض تنش پسماند صفر، سختی خمشی تا به نقطه تسلیم ممان M_y ، خطی می باشد و سپس منحنی تا به مقدار $M = M_p = 1.5M_y$ همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده، غیر خطی خواهد بود. بخش غیر الاستیک منحنی، تعریف شده با رابطه 5، بوسیله *Nadai* در 1950 و با استفاده از رفتار الاستیک خطی - کاملاً پلاستیک مصالح ناشی شده است:

$$\frac{M}{M_p} = 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\theta_y}{\theta} \right)^2 \quad (5)$$

در جاییکه:

M_p = ممان خمشی پلاستیک، *in.-kips*

θ = چرخش خمشی

θ_y = چرخش تسلیم

برای ایجاد 96% مقاومت پلاستیک، چرخشی معادل سه برابر چرخش تسلیم لازم است. در چهار برابر چرخش تسلیم $M = 0.98M_p$ خواهد بود.

بر اساس 14 ورق وصله آزمایش شده در خمش، *Mohr* و *Murray* (2008) مشخص کردند اگر تغییر شکل ورقهای اتصال دارای اهمیت زیادی نباشد، مقاومت خمشی می تواند بر اساس مدول پلاستیک ناخالص محاسبه گردد. آزمایشات نشان دادند که نقطه شروع قسمت غیر خطی منحنی ممان-چرخش می تواند به طور دقیق با استفاده از ممان تسلیم اولیه محاسبه شود.

$$M_y = \sigma_y S \quad (6)$$

در جاییکه؛

S = مدول مقطع ناخالص، $in.^3$

σ_y = تنش تسلیم کششی، ksi

ممان پلاستیک حول محور قوی و ضعیف با استفاده از روابط $7a$ و $7b$ به ترتیب محاسبه می گردند:

$$M_{px} = F_y Z_x \quad (7a)$$

$$M_{pz} = F_y Z_z \quad (7b)$$

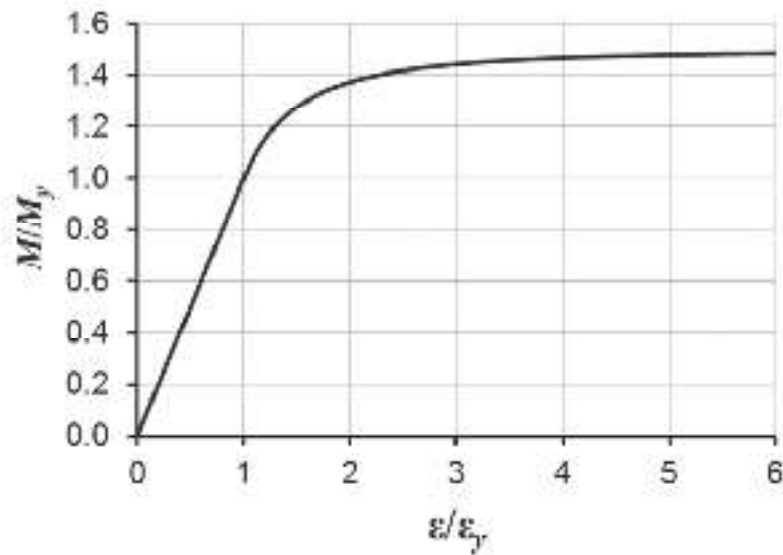
مدول پلاستیک حول محورهای قوی و ضعیف با استفاده از روابط $8a$ و $8b$ به ترتیب از قرار زیر است:

$$Z_x = \frac{td^2}{4} \quad (8a)$$

$$Z_z = \frac{dt^2}{4} \quad (8b)$$

در جاییکه؛

d = عمق عضو، $in.$ می باشد.



شکل ۳. ممان *normalized* شده در برابر زاویه چرخش *normalized* شده

محوری

اغلب مقاومت تسلیم فشاری برابر با مقاومت تسلیم کششی در فولاد شکل پذیر مورد قبول است. این مطلب بوسیله *Seely* و *Putnam* در 1919، که نشان دادند مقاومت‌های تسلیم فشاری برای فولاد نرم و نیمه اعلا در حدود 5% بیشتر از مقاومت‌های تسلیم کششی است تأیید شده است. نیروی اسمی محوری در تسلیم برای بارهای کششی و فشاری به قرار زیر است:

$$P_y = F_y A \quad (9)$$

برش

با استفاده از ضابطه *Von Mises*، تنش برشی تسلیم به قرار زیر است

$$\tau_y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} = 0.577\sigma_y \quad (10)$$

Seely و *Putnam* (1919)، ۲۱ نمونه دایروی *solid* را در پیچش برای تعیین نسبت تسلیم کششی به تسلیم برشی مورد آزمایش قرار دادند. نمونه‌های با قطر بین $\frac{1}{2}$ in. و $\frac{3}{4}$ in.، نشان دادند که مقاومت برشی تسلیم برای فولادهای نرم و نیمه اعلا بین 0.628 تا 0.738 برابر مقاومت کششی تسلیم متغیر هستند. بنابراین، ضابطه

Mises Von به نظر محافظه کارانه می باشد. بر اساس سه ورق شورون گاست آزمایش شده، *Astaneh* (آستانه) در سال ۱۹۹۲ پیشنهاد می کند که از توزیع تنش پلاستیک برای محاسبه مقاومت برشی ورق گاست استفاده گردد. آزمایشات بر روی ورق های گاست خرپای پل در اندازه واقعی که بوسیله *Ocel* در 2013 ، و اجزای محدود بوسیله *White* و دیگران در 2013 صورت گرفت، پیشنهاد آستانه را تأیید می کند. مقاومت برشی، بر اساس توزیع تنش پلاستیک به قرار زیر است،

$$V_p = \tau_y A \quad (11)$$

مشخصات *AISC (2010)*، بخش *J4.2* فاکتور *0.577* را به مقدار *0.60* روند می کند، که نیروی برشی اسمی را می دهد،

$$V_p = 0.60 F_y A \quad (12)$$

پیچش

مسئله الاستیک برای یک عضو یکنواخت (*uniform*) با گشتاور ثابت بوسیله *Saint Venant* حل شده است. پیچش *Saint Venant* که پیچش یکنواخت نیز نامیده می شود، فرض می کند که گشتاور اعمال شده بوسیله تنش های برشی توزیع شده بر روی سطح مقطع دفع می گردد. این مقطع تنها متوجه پیچش یکنواخت است و اثرات تابیدگی و اثر *Wagner* که باعث تنش های ثانویه که خود موجب سختی پیچشی مضاعف می گردد را در نظر نمی گیرد (*Gregory, 1960*).

نرخ چرخش (*twist*) الاستیک عضو تحت پیچش یکنواخت به قرار زیر می باشد (*Cook و Young, 1985*),

$$\beta = \frac{d\theta}{dx} = \frac{T}{GJ} \quad (13)$$

برای اعضای یکنواخت با گشتاور ثابت در امتداد طول عضو، زاویه چرخش برابر با نرخ چرخش در طول عضو می باشد.

$$\theta = \beta L = \frac{TL}{GJ} \quad (14)$$

در جاییکه،

G = مدول الاستیسیته برشی = $11,200 \text{ ksi}$

J = ثابت پیچشی، in.^4

L = طول عضو، in.

T = ممان پیچشی (گشتاور)، in.-kips

X = فاصله در امتداد طول عضو، in.

θ = زاویه چرخش

عموماً، ثابت پیچشی برای عضو مستطیلی به صورت زیر است:

$$J = \alpha dt^3 \quad (15)$$

طبق *Seaburg* و *Carter* (1997)، برای $d/t < 10$ ، $\alpha = \frac{1}{3} - 0.2t/d$ و برای

$d/t \geq 10$ ، $\alpha = \frac{1}{3}$. نتایج استفاده از این روابط ساده، تقریباً کمی بیش با معادلات پیچیده توسعه

یافته توسط *Balaz* و *Kolekova* (2002) یکسان است. ممان اول پیچش تسلیم به قرار زیر است،

$$T_y = \frac{\tau_y J}{t} \quad (16)$$

برای $d/t \geq 10$ ، که برای اکثر اشکال المانهای اتصال جوابگو است، خواهیم داشت:

$$T_y = \frac{\tau_y dt^2}{3} \quad (17)$$

هنگامی که فراتر از نقطه تسلیم بارگزاری شود، رفتار عضو مستطیلی در پیچش یکنواخت مشابه با رفتار غیرالاستیک خمشی خواهد بود. Smith و Sidebottom (1965) تعریفی ریاضی از بخش غیرالاستیک منحنی پیچش-چرخش دادند:

$$\frac{T}{T_y} = \frac{3}{2}(1 - \eta) - \frac{1-\eta}{2(\theta/\theta_y)^2} + \eta \left(\frac{\theta}{\theta_y} \right) \quad (18)$$

در جاییکه،

η = مدول کرنشی سخت شدگی برای برش خالص

θ_y = چرخش تسلیم

دقت رابطه 18 بوسیله مدل اجزای محدود غیرالاستیک Shunsuke Kajita و (1982) May و Al-Shaarbaf (1989) تأیید شده است. چرخش تسلیم را می توان با جایگزین کردن رابطه 16 در رابطه 14 تعیین کرد:

$$\theta_y = \frac{\tau_y L}{Gt} \quad (19)$$

با توجه به انعطاف پذیری پیچشی اعضای مستطیل شکل، بعید است که کرنش آنها فراتر از فلات plateau فولاد نرم برود. بنابراین، در محدوده چرخش های قابل استفاده $\eta=0$ است، که رابطه ای برای رفتار مصالح الاستیک خطی - کاملاً پلاستیک را می دهد:

$$\frac{T}{T_y} = 1.5 - 0.5 \left(\frac{\theta_y}{\theta} \right)^2 \quad (20)$$

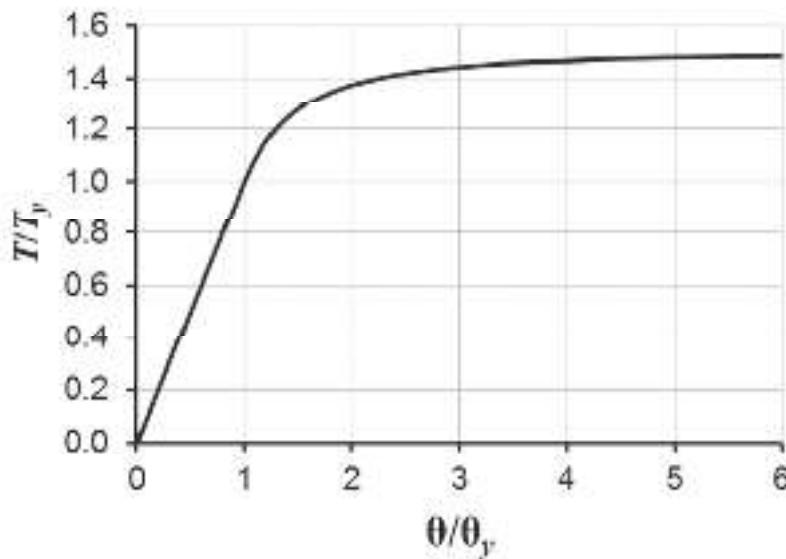
همانگونه که در شکل ۴ نشان داده شده، سختی پیچشی T_y تا ممان تسلیم خطی، و سپس منحنی تا به مقداری حداکثر که $T = T_p = 1.5T_y$ است غیر خطی خواهد بود. با جایگزین کردن

همکاران و *Billinghurst* توسط رابطه 21 که به طور مستقل توسط *Billinghurst* و همکاران (1992) مشتق شده است نتیجه خواهد داد:

$$\frac{T}{T_p} = 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\theta_y}{\theta} \right)^2 \quad (21)$$

در جائیکه،

T_p = ممان پیچشی پلاستیک، *in.-kips* می باشد.



شکل 4. پیچش *normalized* شده در برابر زاویه *normalized* شده چرخش

رابطه 21 شکلی یکسان با رابطه 5، که برای چرخش خمشی مشتق شده بود را دارد. برای ایجاد 96% از مقاومت پلاستیک، نیاز به چرخشی معادل سه برابر چرخش تسلیم می باشد. در چهار برابر چرخش تسلیم، $T = 0.98T_p$. مقاومت پلاستیک چرخشی با استفاده از تابع تنش نیز بدست می آید. برای هر حالت از تنش، مقاومت چرخشی دو برابر حجم در زیر تابع تنش ϕ می باشد (*Sidebottom و Smith*، 1965). بنابراین، مقاومت پلاستیک را با رابطه 22 می توان تعیین کرد:

$$T_p = 2 \iint \phi dx dz \quad (22)$$

در جائیکه،

$Z, X =$ مختصات مقطعی هستند.

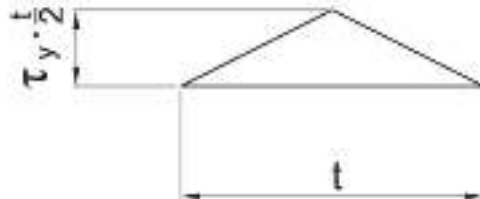
مقدار مطلق شیب ϕ ، همه جا در سطح مقطع برای شرایط کاملاً پلاستیک τ_y خواهد بود. در نقاط مرزی سطح مقطع، ϕ می بایست صفر باشد، و مقدار ϕ در هر نقطه بر روی سطح مقطع τ_y ضربدر فاصله عمود بر مرز خواهد بود. این شرایط تنش به نام قیاس پشته ماسه *Sand heap analogy* معروف، و در شکل 5 نشان داده شده است.

برای اعضای مستطیلی با نسبت d/t بالا، از اثرات مرزی موازی با بزرگترین بعد سطح مقطع می توان چشم پوشی کرد. در این حالت، تابع تنش دو بعدی و مقاومت پلاستیک به قرار زیر خواهد بود:

$$T_p = 2d\tau_y \int_{-t/2}^{t/2} x dx = 4d\tau_y \int_{-t/2}^0 x dx = \frac{\tau_y dt^2}{2} \quad (23)$$

با مقایسه رابطه 17 با رابطه 23، مشاهده می شود که $T_p = 1.5T_y$. مقاومت اسمی پیچشی خواهد بود:

$$T_p = 0.3F_y dt^2 \quad (24)$$



شکل 5. توزیع تنش برای مقاومت پیچشی پلاستیک

تداخل

مروری بر تحقیقات موجود نشان داده که روابط تداخلی پلاستیک برای چندین ترکیب بارگذاری مختلف، دهه ها است که موجود است. این بخش از کتاب تحقیقات موجود را ثبت، و با روابط تداخلی مختلف مقایسه، روابطی جدید را در جایی که تحقیقاتی بر آن موجود نیست پدید آورده و مقایسه می کند تا داده ها را در جایی که ممکن است آزمایش کند.

مشقات بر اساس توزیع تنش فرض شده می باشد، که با تئوری حد پائین (*lower-bound theorem*) از آنالیز حدی سازگار است. طبق تئوری حد پائین، بار محاسبه شده با توزیع فرض شده که شرط تعادل را برقرار می کند، با تنشهای کمتر از تنش تسلیم، کمتر و یا مساوی با بار حدی حقیقی خواهد بود. در جایی که بیش از یک راه حل موجود باشد، راه حلی که بیشترین مقاومت را می دهد به مقاومت حقیقی نزدیکتر است. تمامی روابط تداخلی مورد بحث در این کتاب، فرض بر رفتار کاملاً پلاستیک مصالح، تحت شرایط تنش صفحه ای دارد.

تداخل ممان - محوری

از آنجا که بارهای محوری و خمشی هر دو باعث تنش نرمال در عضو می گردند، مهندسیین ممکن است به سادگی مدول مقطع را به جای مدول پلاستیک در رابطه تیر جایگزین کرده، که منجر به **تداخل (تعامل)** خطی گردد. این فرض محافظه کارانه است، چرا که تنشها می توانند با استفاده از تئوری مرز پائین ترکیب شوند، که به تنشهای محوری این امکان را می دهد تا در مکانی قرار گیرند که حداقل برای مقاومت خمشی زیان آور باشد.

Freudenthal در ۱۹۵۰ رابطه تداخلی برای ترکیب بارهای محوری و خمشی بدست آورد. همچنین می توان به *Seely* و *Smith* (1952)، *Chen* و *Han* (2007) و *Galambos* و *Surovek* (2008) مراجعه کرد که روشهای مشابهی با نتایج یکسان ارائه داده اند. این **derivation** بر اساس بلوک های تنشی آمده در شکل 6 است، که مقاومت در برابر بار محوری را در مرکز سطح مقطع قرار داده، چرا که بلوک های تنشی بیرونی کارآمدترین برای مقاومت خمشی هستند.

مقاومت محوری کاهش داده شده در حضور ممان اعمال شده بوسیلهٔ مساحت بخش حاشور خورده در شکل 6 تعریف می گردد:

$$P = ht\sigma_y \quad (25)$$

در جائیکه،

h = عمق بخش میانی سطح مقطع که در برابر نیروی محوری مقاومت می کند، *in.*

مقاومت خمشی کاهش داده شده در حضور بار محوری اعمال شده بوسیلهٔ بخش حاشور نخورده در شکل 6 تعریف می گردد:

$$M = \frac{td^2}{4}\sigma_y - \frac{th^2}{4}\sigma_y \quad (26)$$

نسبت مقاومت محوری به قرار زیر است:

$$\frac{P}{P_y} = \frac{ht\sigma_y}{dt\sigma_y} = \frac{h}{d} \quad (27)$$

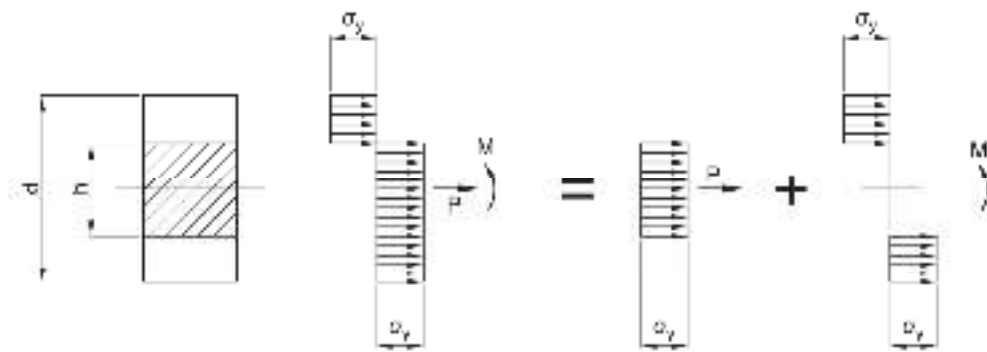
نسبت مقاومت خمشی به قرار زیر است:

$$\frac{M}{M_p} = \frac{\frac{td^2}{4}\sigma_y - \frac{th^2}{4}\sigma_y}{\frac{td^2}{4}\sigma_y} = 1 - \left(\frac{h}{d}\right)^2 \quad (28)$$

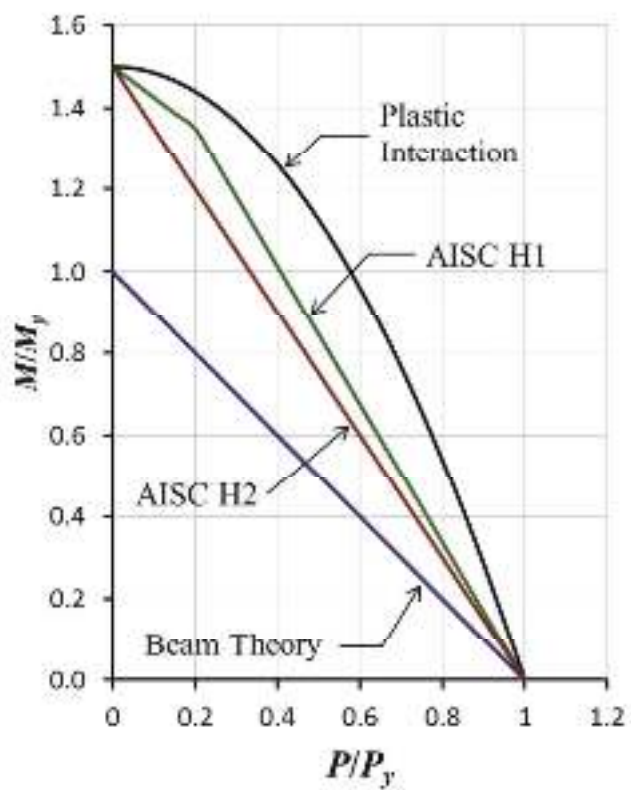
با ترکیب روابط 27 و 28 رابطهٔ 29 را خواهیم داشت:

$$\frac{M}{M_p} + \left(\frac{P}{P_y}\right)^2 = 1.0 \quad (29)$$

رابطهٔ 29 در شکل 27 همراه با تداخل طبق تئوری تیر آمده است. برای مقایسه، منحنی های تداخل بخش های *H1* و *H2* مشخصات *AISC* نیز در شکل آمده است.



شکل 6. بلوک های تنش برای تداخل ممان- محوری



شکل 7. تداخل بارهای محوری و خمشی

روابط تداخلی پلاستیک بوسیله آزمایشات صورت گرفته بر روی 9 نمونه یکسان، از اعضای مستطیلی فولاد نرم توسط *Clark* و *Sidebotoom* در 1958 تأیید شده اند. نمونه ها تنش تسلیمی برابر 30 ksi و مدول الاستیسیته $30,000 \text{ ksi}$ ، و ابعاد سطح مقطع $0.900 \text{ in} \times 1.15 \text{ in}$ بوده است. بار فشاری محوری با خروج از مرکزیتی برابر 0.345 in . اعمال شده که موجب ممانی قوی حول محور قوی می شود. با استفاده از رابطه 29، نسبت آزمایش به پیش بینی در محدوده 0.926 تا 1.12 ، با میانگین 0.990 بوده است.

تداخل ممان-برش

از آنجائیکه برش حداکثر و تنش های نرمال در یک جا بر روی سطح مقطع عمل می کنند، مقاومت خمشی در حضور بارگرای برشی می تواند کاهش یابد. بر خلاف تداخل ممان-محوری، که یک راه حل منحصر به خود دارد، برای تداخل ممان-برش چندین راه حل در دسترس می باشد. مشتقات و توزیع تنشهای فرض شده تنها در بخشهایی از این کتاب که مربوط به آنها می شود ارائه خواهد گردید.

یک رابطه تداخلی بیضوی بر اساس ضابطه *Von Mises* با تنش برشی ثابت فرض شده بر روی سطح مقطع خواهیم داشت. برای تنش نرمال در یک جهت، و ترکیب آن با برش، ضابطه *Von Mises* به شکل رابطه زیر خلاصه می شود:

$$\sigma_y = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (30)$$

در جائیکه،

$\sigma =$ تنش نرمال، ksi

ممان و بارهای برشی که بر روی سطح مقطع عمل می کنند، بوسیله روابط 31 و 32 به ترتیب آمده است:

$$M = \frac{\sigma t d^2}{4} \quad (31)$$

$$V = \tau t d \quad (32)$$

برای مقاومت خمشی پلاستیک بدون برش خواهیم داشت:

$$M_p = \sigma_y \frac{td^2}{4} \quad (33)$$

برای مقاومت برشی پلاستیک بدون ممان خواهیم داشت:

$$V_p = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} td \quad (34)$$

با حل روابط 31 و 32 برای σ و τ ، به ترتیب، و جایگزینی آنها در رابطه 30 و ترکیب با روابط 33 و 34، رابطه 35 را خواهیم داشت:

$$\left(\frac{M}{M_p}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_p}\right)^2 = 1.0 \quad (35)$$

(مراجعه شود به ترجمه مقاله در *Marzik, Skaloud, Tochacek*، 1987)، برای تنشهای برشی و خمشی بلوک های تنشی مستطیلی همانگونه که در شکل 8a نشان داده شده، را فرض کرد. طبق این مطلب، برای مقاومت خمشی خواهیم داشت:

$$M = M_p \left[1 - \left(\frac{h}{d}\right)^2\right] \quad (36)$$

در جائیکه،

h = عمق بخش میانی سطح مقطع که در برابر نیروی برشی مقاومت می کند، *in.*

مقاومت برشی خواهد بود:

$$V = V_p \left(\frac{h}{d}\right) \quad (37)$$

با حل رابطه 37 برای h/d و جایگزین کردن آن در رابطه 36 رابطه 38 را خواهیم داشت:

$$\frac{M}{M_p} + \left(\frac{V}{V_p}\right)^2 = 1.0 \quad (38)$$

با در نظر گرفتن تعادل نیروهای برشی و خمشی در منطقه پلاستیک تیر مستطیلی، *Horne* (1951) رابطه 39 را بدست آورد که برای $V/V_p \leq 0.792$ معتبر است. مقاومت تسلیم برشی بر اساس ضابطه *Tresca* بوده، که تنش تسلیم برشی معادل $\sigma_y/2$ را نتیجه می دهد:

$$\frac{M}{M_p} + 0.444 \left(\frac{V}{V_p} \right)^2 = 1.0 \quad (39)$$

جایگزین کردن تنش تسلیم برشی به مقدار $0.6\alpha_y$ ، ثابت 0.592 و محدوده اعتبار را به $V/V_p \leq 0.686$ تغییر خواهد داد:

Neal در 1961 راه حل های مرز بالا و پائین برای تیرهای مستطیلی تحت تداخل ممان، برش و بارهای محوری را بر اساس تئوری آنالیز حدی بدست آورد. رابطه 46 به عنوان "تخمینی خوب از رابطه تداخلی مرز پائین" پیشنهاد

گردید. وی اشاره کرد که رابطه برای $\frac{V}{V_p} = 0$ دقیق بوده، و اختلاف از راه حل مرز پائین هیچگاه از 5% برای مقادیر در طیف گسترده تجاوز نمی کند.

علائم

A = سطح مقطع، $in.^2$

F_y = حداقل مقاومت تسلیم مشخص شده، ksi

G = مدول برشی الاستیک = $11,200 ksi$

I = ممان اینرسی، $in.^4$

J = ثابت پیچشی، $in.^4$

L = طول عضو، $in.$

M = ممان خمشی، $in.-kips$

M_p = ممان خمشی پلاستیک، $in.-kips$

M_{px} = ممان خمشی پلاستیک حول محور x ، $in.-kips$

M_{pz} = ممان خمشی پلاستیک حول محور z ، $in.-kips$

M_{rx} = ممان خمشی لازم حول محور x ، $in.-kips$

M_{rz} = ممان خمشی لازم حول محور z ، $in.-kips$

M_x = ممان خمشی حول محور x ، $in.-kips$

M_z = ممان خمشی حول محور z ، $in.-kips$

P = نیروی محوری، $kips$

P_n = مقاومت محوری اسمی، $kips$

P_r = نیروی محوری لازم، $kips$

Q = ممان اول سطح، $in.^3$

S = مدول مقطع ناخالص، $in.^3$

T = ممان پیچشی، $in.kips$

T_p = ممان پیچشی پلاستیک، $in.kips$

T_r = ممان پیچشی لازم، $in.kips$

V = نیروی برشی، $kips$

V_r = نیروی برشی لازم، $kips$

V_{rx} = نیروی برشی لازم حول محور x ، $kips$

V_{rz} = نیروی برشی لازم حول محور z ، $kips$

a = اندازه ورق همانگونه که در شکل $2a$ نشان داده شده، $in.$

b = عرض بخش میانی سطح مقطع که در برابر نیروی برشی مقاومت می کند، $in.$

d = عمق عضو، $in.$

h = عرض بخش میانی سطح مقطع که در برابر نیروی برشی مقاومت می کند، $in.$

t = ضخامت عضو، $in.$

x = فاصله در امتداد طول عضو، $in.$

η = مدول سختی کرنش برای برش خاص

τ = تنش برشی، ksi

θ = زاویه چرخش

θ = چرخش خمشی

θ_y = چرخش تسلیم

σ = تنش نرمال، ksi

σ_e = تنش موثر، ksi

σ_x = تنش نرمال در جهت x، ksi

σ_z = تنش نرمال در جهت z، ksi

مراجع

AISC (2010), *Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL.

Ahmed, S.R., Idris, A.B.M. and Uddin, M.W. (1996), "Numerical Solution of Both Ends Fixed Deep Beams," *Computers and Structures*, Vol. 61, No. 1, pp. 21–29.

Astaneh, A. (1992), "Cyclic Behavior of Gusset Plate Connections in V-Braced Steel Frames," *Stability and Ductility of Steel Structures under Cyclic Loading*, Fukumoto, Y. and Lee, G. C., eds., CRC Press, Ann Arbor, MI, pp. 63–84.

Astaneh, A. (1998), "Seismic Behavior and Design of Gusset Plates," *Steel Tips*, Structural Steel Educational Council, December.

Balaz, I. and Kolekova, Y. (2002), "Warping," *Stability and Ductility of Steel Structures, Proceedings, Otto Halasz Memorial Session*, Ivanyi, M. and Akademiai Kiado, eds., Budapest.

Barry, J.E. and Ainso, H. (1983), "Single-Span Deep Beams," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 109, No. 3, pp. 646–663.

Billinghurst, A., Williams, J.R.L., Chen, G. and Trahair, N.S. (1992), "Inelastic Torsion of Steel Members," *Computers and Structures*, Vol. 42, No. 6, pp. 887–894.

Broude, B.M. (1953), *The Limit States of Steel Girders*, Moscow/ Leningrad (in Russian). Calladine, C.R. (1969), *Engineering Plasticity*, Pergamon Press, Oxford, United Kingdom.

Chakrabarty, J. (2006), *Theory of Plasticity*, 3rd ed., Elsevier.

Chen, W.F. and Atsuta, T. (1977), *Theory of Beam-Columns, Volume 2, Space Behavior and Design*, McGraw-Hill, New York, NY.

Chen, W.F. and Han, D.J. (2007), *Plasticity for Structural Engineers*, J. Ross Publishing, Plantation, FL.
Cook, R.D. and Young, W.C. (1985), *Advanced Mechanics of Materials*, Macmillan Publishing Company, New York, NY.

Drucker, D.C. (1956), "The Effect of Shear on the Plastic Bending of Beams," *Journal of Applied Mechanics*, December, pp. 509–514.

Duan, L. and Chen, W.F. (1989), "Design Interaction Equation for Steel Beam-Columns," *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 115, No. 5, pp. 1225–1243.

Freudenthal, A.M. (1950), *The Inelastic Behavior of Engineering Materials and Structures*, John Wiley and Sons, New York, NY.

Galambos, T.V. and Surovek, A.E. (2008), *Structural Stability of Steel*, John Wiley and Sons, New York, NY.

Gill, S.S. and Boucher, J.K.G. (1964), "An Experimental Investigation of Plastic Collapse of Structural Members under Combined Bending and Torsion," *The Structural Engineer*, Vol. 42, No. 12, pp. 423–428.

Goodrich, W. (2005), *Behavior of Extended Shear Tabs in Stiffened Beam-to-Column Connections*, Master's Thesis, Vanderbilt University.

Gregory, M. (1960), "The Bending and Shortening Effect of Pure Torque," *Australian Journal of Applied Science*, March, pp. 209–216.

Hardin, B.O. (1958), "Experimental Investigation of the Primary Stress Distribution in the Gusset Plates of a Double Plane Pratt Truss Joint with Chord Splice at the Joint," University of Kentucky Engineering Experiment Station, Bulletin No. 49, September.

Harrison, H.B. (1963), "The Plastic Behavior of Mild Steel Beams of Rectangular Section Bent About Both Principal Axes," *The Structural Engineer*, Vol. 41, No. 7, pp. 231–237.

Hill, R. and Siebel, M.P.L. (1953), "On the Plastic Distortion of Solid Bars by Combined Bending and Twisting," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 1, pp. 207–214.

Horne, M.R. (1951), "The Plastic Theory of Bending of Mild Steel Beams with Particular Reference to the Effect of Shear Forces," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*,

Vol. 207, No. 1089, pp. 216–228.

Irvan, W.G. (1957), "Experimental Study of Primary Stresses in Gusset Plates of a Double Plane Pratt Truss,"

University of Kentucky Engineering Research Station, Bulletin No. 46, December.

Jensen, C.D. and Crispen, R.E. (1938), "Stress Distribution in Welds Subject to Bending," *Welding Research Supplement*, American Welding Society, October.

Johnson, W., Chitkara, N.R. and Ranshi, A.S. (1974), "Plane-Stress Yielding of Cantilevers in Bending Due to Combined Shear and Axial Load," *Journal of Strain Analysis*, Vol. 9, No. 2, pp. 67–77.

Karr, P.H. (1956), "Stresses in Centrally Loaded Deep Beams," *SESA Proceedings*, Vol. XV, No. 1, Society for Experimental Stress Analysis, pp. 77–84.

Lavis, C.S. (1967), *Computer Analysis of the Stresses in a Gusset Plate*, Master's Thesis, University of Washington.

May, I.M. and Al-Shaarbaf, I.A.S. (1989), "Elasto-Plastic Analysis of Torsion Using a Three-Dimensional Finite

Element Model," *Computers and Structures*, Vol. 33, No. 3, pp. 667-678.

Metzger, K.A.B. (2006), "Experimental Verification of a New Single Plate Shear Connection Design Model," Master's Thesis, Virginia Polytechnic Institute, May 4.

Mohr, B.A. and Murray, T.M. (2008), "Bending Strength of Steel Bracket and Splice Plates," *Engineering Journal*, AISC, Vol. 45, No. 2, pp. 97–106.

Moore, D.B. and Owens, G.W. (1992), "Verification of Design Methods for Finplate Connections," *The Structural Engineer*, Vol. 70, No. 3/4, February.

Morris, G.A. and Fenves, S.J. (1969), "Approximate Yield Surface Equations," *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 95, No. EM4, pp. 937–954.

Mrazik, A., Skaloud, M. and Tochacek, M. (1987), *Plastic Design of Steel Structures*, Ellis Horwood Series, Engineering Science, Halsted Press, New York, NY.

Nadai, A. (1950), *Theory of Flow and Fracture of Solids*, McGraw-Hill, New York, NY.

Neal, B. G. (1961), "The Effect of Shear and Normal Forces on the Fully Plastic Moment of a Beam of Rectangular

Cross Section," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 28, pp. 269–274.

Neal, B.G. (1963), *The Plastic Methods of Structural Analysis*, 2nd ed., John Wiley and Sons, New York, NY.

Ocel, J.M. (2013), "Guidelines for the Load and Resistance Factor Design and Rating of Riveted and Bolted Gusset-Plate Connections for Steel Bridges," Contractor's Final Report for NCHRP Project 12-84, National Cooperative

Highway Research Program, February.

Paltchevskiy, S.A. (1948), *Determination of Load-Carrying Capacity of Steel Bars for Some Cases of Complex State of Stress* (in Russian).

Patrick, M., Thomas, I.R. and Bennets, I.D. (1986), "Testing of Web Side Plate Connection," *Proceedings of the Pacific Structural Steel Conference*, Vol. 2, New Zealand Heavy Engineering Research Association, pp. 95–116.

Perna, F.J. (1941), "Photoelastic Stress Analysis, with Special Reference to Stresses in Gusset Plates," Master's Thesis, University of Tennessee.

Rust, T.H. (1938), "Specification and Design of Steel Gusset-Plates," *Proceedings*, ASCE, November, pp. 142–167.

Sanatthadaporn, S. and Chen, W.F. (1970), "Interaction Curves for Sections Under Combined Biaxial Bending and Axial Force," WRC Bulletin No. 148, Welding Research Council, New York, pp. 1–11.

Sandel, J.A. (1950), *Photoelastic Analysis of Gusset Plates*, Masters Thesis, University of Tennessee, December.

Schreiner, N.G. (1935), "Behavior of Fillet Welds When Subjected to Bending Stresses," *Welding Journal*, American Welding Society, September.

Seaburg, P.A. and Carter, C.J. (1997), *Torsional Analysis of Structural Steel Members*, Design Guide 9, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL.

Seely, F.B. and Putnam, W.K. (1919), "The Relation Between the Elastic Strengths of Steel in Tension, Compression and Shear," Bulletin No. 115, Engineering Experiment Station, Vol. 17, No. 11, University of Illinois, November 10.

Seely, F.B. and Smith, J.O. (1952), *Advanced Mechanics of Materials*, John Wiley and Sons, New York, NY. Shawki, S. and Hendry, A.W. (1961), "Stresses in a Deep Beam with a Central Concentrated Load," *Experimental Mechanics*, June, pp. 192–198.

Sheridan, M.L. (1953), "An Experimental Study of the Stress and Strain Distribution in Steel Gusset Plates," Ph.D. Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, MI.

Sherman, D.R. and Ghorbanpoor, A. (2002), "Design of Extended Shear Tabs," Final Report, American Institute of Steel Construction, Chicago, IL, October.

Shunsuke, B. and Kajita, T. (1982), "Plastic Analysis of Torsion of a Prismatic Beam," *International Journal for*

Numerical Methods in Engineering, Vol. 18, pp. 927–944.

Sidebottom, O.M. and Clark, M.E. (1958), “Theoretical and Experimental Analysis of Members Loaded Eccentrically and Inelastically,” Engineering Experiment Station, Bulletin No. 447, University of Illinois, March.

Smith, J.O. and Sidebottom, O.M. (1965), *Inelastic Behavior of Load-Carrying Members*, John Wiley and Sons, New York, NY.

Steele, M.C. (1954), “The Plastic Bending and Twisting of Square Section Members,” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 3, pp. 156–166.

Struik, J.H.A. (1972), “Applications of Finite Element Analysis to Non-linear Plane Stress Problems, Ph.D. Dissertation, Lehigh University.

Vasarhelyi, D.D. (1971), “Tests of Gusset Plate Models.” *Journal of the Structural Division*, ASCE Vol. 97, No. fST2, pp. 665–679.

Vrouwenvelder, A.C.W.M. (2003), *The Plastic Behavior and the Calculation of Beams and Frames Subjected to Bending*, Technical University Delft, March.

White, D.W., Leon, R.T., Kim, Y.D., Mentes, Y. and Bhuiyan, M.T.R. (2013), “Finite Element Simulation and Assessment of the Strength Behavior of Rivited and Bolted Gusset-Plate Connections in Steel Truss Bridges,” Final Report Prepared for Federal Highway Administration and NCHRP Transportation Research Board of the National Academies, March.

Whitmore, R.E. (1952), “Experimental Investigation of Stresses in Gusset Plates,” University of Tennessee Engineering Experiment Station, Bulletin No. 16, May.

Wyss, T. (1923), “Die Kraftfelder in Festen Elastischen Korpern und ihre Praktischen Anwendungen,” Berlin, Germany.